

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ

XIII НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ

<http://astro-olymp.org>

III кръг, 10 април 2010 г., теоретичен тур

Ученици от 7-8 клас – решения

1 задача. Най-дългият рожден ден. Представете си, че имате приятел, който е роден на 29 февруари. Той трябва да празнува рождения си ден само веднъж на 4 години. Затова през предстоящата високосна 2012 година вие решавате да му устроите най-дългия рожден ден. Разполагате с достатъчно финансови средства, за да осъществите плана си, като пътешествате, където поискате.

- Как ще направите така, че рожденият ден на вашия приятел да продължи максимално дълго?
- Колко време може да продължи този рожден ден?

Решение:

За да направим по-дълъг рождения ден на 29 февруари, ще използваме различното време в различните часови пояси на Земята. Можем да постигнем това по два начина.

I начин. Линията на смяна на датите, или 180-градусовият меридиан, е централният меридиан на един особен часови пояс. В двете половини на този пояс от двете страни на 180-градусовия меридиан има две различни дати. Например, ако в западната половина на пояса датата е 29 февруари, то в източната е 28 февруари. Тръгваме на запад от 180-градусовия меридиан миг след полунощ, или 0 ч. по поясно време на 29 февруари. Ако след един час стигнем до границата със следващия часови пояс, то когато пресечем тази граница, за нас отново ще е миг след 0 ч. на 29 февруари по поясно време вече на новия часови пояс, в който се намираме. След още един час се озоваваме в още по-следващия часови пояс и пак е 0 ч. на 29 февруари. Така обикаляме цялата Земя и 24 часа след тръгването си сме пресекли 23 часови пояса и половина. Накрая се връщаме отново в часовия пояс, в който е линията на смяна на датите, но оставаме в източната половина на този пояс, защото на запад вече е 1 март. За нас сега обаче отново е миг след 0 ч. по поясно време на 29 февруари. След като сме се изморили от дългия път, оставаме през следващите 24 часа тук, докато настъпи пак полунощ и дойде датата 1 март. Така ние ще сме удължили рождения ден на нашия приятел до 48 часа. Можем да извършим това пътешествие със самолет по екватора или на други географски ширини, а може да отидем някъде около Северния или Южния полюс и да направим същото преминаване през часовите пояси, вървейки пеш по снега и леда.

II начин. Като помислим внимателно върху основните идеи на първото решение, стигаме до извода, че можем да осъществим идеята дори и без да пътешестваме. Достатъчно е в 0 ч. по поясно време на 29 февруари да бъдем само на една крачка западно от 180-градусовия меридиан. (На изток от него е все още 28 февруари.) Трябва да сме на кораб, понеже този меридиан никъде не минава по суша, освен в Антарктида. Можем да седнем около празничната маса, или да си намерим други занимания, прекарвайки весело времето до секунда преди 0 ч. на 1 март. Тогава правим крачка на изток и сме от източната

XIII Национална олимпиада по астрономия, 2010 г., III кръг, теоретичен тур, 7-8 клас
 страна на линията на смяна на датите. Тук сега е 0 ч. на 29 февруари. Продължаваме да се забавляваме още 24 часа до 0 ч. на 1 март и така празнуваме рождения ден общо 48 часа.

Критерии за оценяване:

Общо 10 точки

В условието на задачата не се изисква посочването на два начина, затова с пълния брой от 10 точки се оценява описването само на един начин. Ако участникът е дал два съществено различни начина и ги е описал правилно, то да му се присъждат допълнителни точки за награда.

За посочването на идеята, че „удължаването“ на рождения ден може да стане като се използва различното време в различните часови пояси – 2 т.

За правилно описване на хода на изпълнението на плана по удължаването на рождения ден.:

- правилно определяне на посоките на движение
- правилно използване на преминаването през меридиана на смяна на датите
- обясняване и разбиране

– общо 6 т.

За пресмятане на максималната продължителност – 2 т.

2 задача. Планета в небето. Когато се наблюдават от Земята, планетите описват необикновени пътища на фона на звездното небе. Векове наред “примките”, които описват планетите, са озадачавали астрономите, особено онези от тях, които са били привърженици на геоцентричната система. На фигурата виждате видимия път на една планета за определен период от време. Това е всъщност карта на част от звездното небе, но самите звезди не са нанесени, за да не се усложни фигурата. Разгледайте внимателно всички данни върху нея и обърнете внимание в рамките на каква област от небето е ставало видимото преместване на планетата за отбелязания интервал от време.

- Направете необходимите пресмятания и определете коя е планетата.

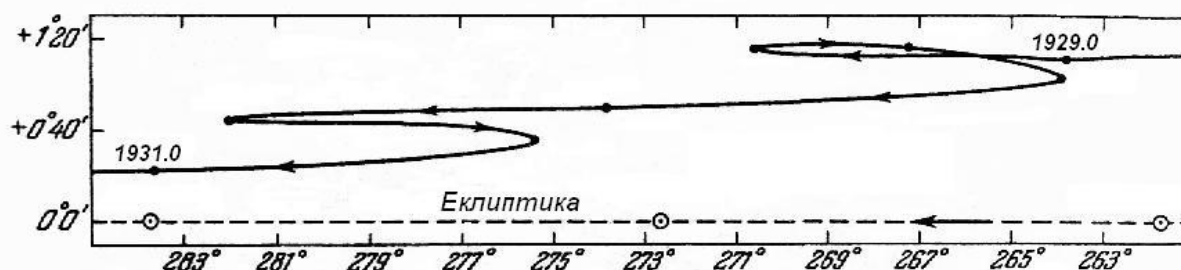


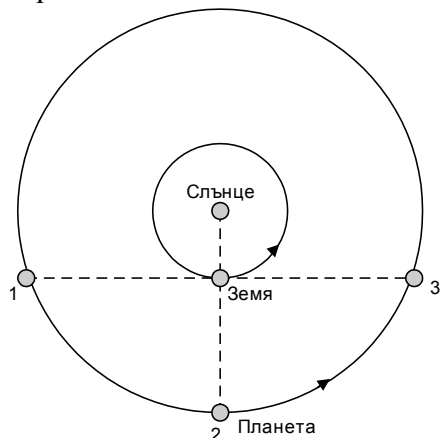
Таблица 1. Средни разстояния до Слънцето (a) в астрономически единици и орбитални периоди (T) в години на планетите от Слънчевата система.

Планета	Меркурий	Венера	Земя	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
a, AU	0.387	0.723	1	1.524	5.204	9.584	19.187	30.021
T, год.	0.241	0.615	1	1.88	11.87	29.67	84.0	164.5

Решение:

Сложните линии, които описват планетите при видимото си движение на фона на звездното небе, се дължат на това, че ние ги наблюдаваме от движещата се около

Слънцето Земя. На фигурата виждаме, че за две години – от началото на 1929 до началото на 1931 г. – видимото положение на планетата се е променило само с около 20° . Това означава, че планетата е сравнително далечна и се движи бавно около Слънцето. Определено това е външна планета.

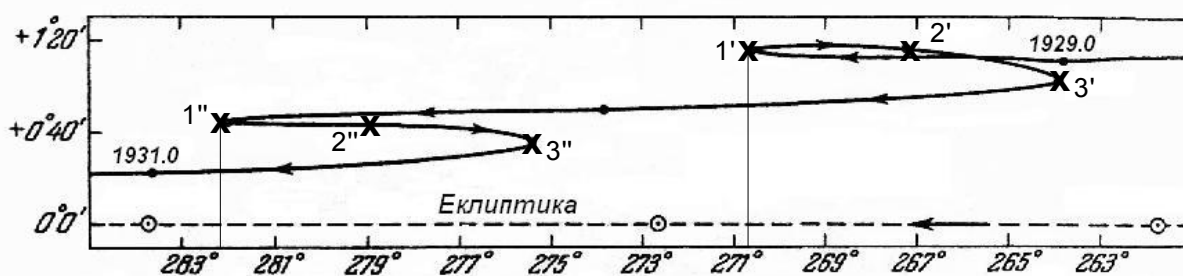


Фиг. 1.

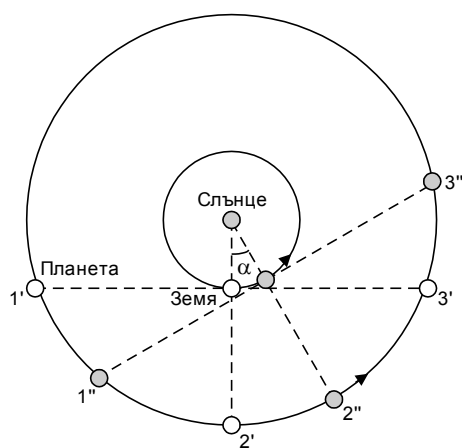
Характерните конфигурации на външна планета по отношение на Слънцето за земен наблюдател са показани на Фиг. 1. С 1 и 3 са означени източната и западната квадратури, а с 2 – противостоянето.

Малко след като планетата е в източна квадратура, започва нейното обратно, или ретроградно видимо движение на фона на звездното небе. Съответното видимо положение на планетата е означено с точка 1' на Фиг. 2. На същата фигура с точки 2' и 3' са означени видимите положения на планетата по небето съответно в противостояне и малко преди западна квадратура, когато завършва ретроградно движение.

На Фиг. 2 виждаме, че в интервала от време две години е имало два цикъла с източна квадратура, противостояне и западна квадратура на планетата.



Фиг. 2



Фиг. 3

След като веднъж планетата е била в противостояне, до следващото противостояне Земята трябва да направи една обиколка около Слънцето. След една обиколка на Земята обаче, планетата ще се е придвижила в друго положение по своята орбита. Планетата се движи по-бавно от Земята и нашата планета ще я “догони” след известно време. Така следващото противостояне на планетата се случва в положение по нейната орбита, което е отклонено на някакъв ъгъл α от предишното (Фиг. 3). Гледано от Земята, съответно, видимото положение на планетата на фона на звездите ще е отместено на същия ъгъл спрямо предното противостояне.

Тъй като планетата е далечна и се движи доста бавно, то можем приблизително да смятаме, че за една земна година тя изминава ъгъл α от своята орбита. Така за орбиталния период на планетата, изразен в земни години, получаваме:

$$T = \frac{360^\circ}{\alpha}$$

XIII Национална олимпиада по астрономия, 2010 г., III кръг, теоретичен тур, 7-8 клас

За да определим ъгъла α от Фиг. 2 не е удобно да работим с точките на противостоене, тъй като е трудно да ги определим точно. Нека изберем източните точки на обръщане 1' и 1". Спускаме перпендикуляри от тези точки към еклиптиката и определяме разликата между техните еклиптични дължини. Първо измерваме мащаба по хоризонталната скала и получаваме, че на ъгъл 20° съответстват 118.5 мм. За разликата между еклиптичните дължини на точките 1' и 1" получаваме:

$$\alpha = 67.5 \text{ мм} \times 20^\circ / 118.5 \text{ мм} \approx 11.4^\circ$$

За по-голяма точност по принцип можем да определим и разликата между еклиптичните дължини на точките 3' и 3" и после да усредним резултата, но при измерването той се оказва точно същият. За орбиталния период на планетата намираме:

$$T = \frac{360^\circ}{11.4^\circ} \approx 31.6 \text{ години}$$

От Таблица 1 с данните за планетите виждаме, че тази стойност е най-близка до орбиталния период на Сатурн. Следователно планетата, чиито видим път е показан на фигурата, е Сатурн.

Критерии за оценяване:

Общо 14 т.

За обосновка на заключението, че планетата трябва да е външна, поради малкия ъгъл, на който се премества – 3 т.

За разбиране на съответствието между планетни конфигурации и характерни точки от видимия път на планетата – 3 т.

За теоретична обосновка на начина за оценяване на орбиталния период на планетата, избор на точки от пътя на планетата, по които да се мери, правилни формули за пресмятане – 4 т.

За практическо изпълнение на оценката – измервания, мащаби – 2 т.

За числена оценка на периода – 1 т.

За посочване коя е планетата – 1 т.

По-грубата оценка на орбиталния период, представена в това решение, фактически представлява синодичния период на планетата. Някои участници може да преметнат от него сидеричния период. В такъв случай да им се дават допълнителни точки за награда.

3 задача. Астероидът В612. Космически пътешественик странства със своя кораб из Слънчевата система. В даден момент през телескопа си той вижда астероида на Малкия принц, както е представен на рисунката. В зрителното поле попадат също Слънцето и Сатурн.

- Кое е по-голямо – радиусът на орбитата на астероида В612 около Слънцето или радиусът на орбитата на Сатурн? Отговорете само качествено и обяснете вашия отговор.

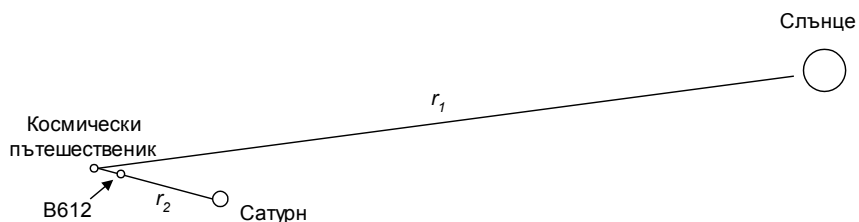
- Колко пъти разстоянието от кораба на пътешественика до Слънцето е по-голямо или по-малко от разстоянието от кораба до Сатурн? Направете необходимите измервания и пресмятания.

- Да предположим, че в момента на наблюдението Сатурн е бил в противостоене за наблюдател, намиращ се на Земята. При такова условие къде космическият пътешественик би виждал Земята? Нанесете видимото положение на Земята върху рисунката.

Диаметърът на Сатурн е 120 500 км, а на Слънцето – 1 390 000 км. Считаме, че астероидът и Сатурн се движат около Слънцето по кръгови орбити.

Решение:

Измерваме диаметрите на Слънцето и Сатурн върху рисунката и получаваме съответно $d_1 = 15$ мм и $d_2 = 8$ мм. Следователно видимите ъгли диаметри на Слънцето и Сатурн от позицията на космическия пътешественик са в съотношение $15/8 \approx 1.88$. Но ние знаем, че действителният диаметър на Сатурн в километри е доста пъти по-малък отколкото този на Слънцето. Оттук заключаваме, че в момента на наблюдението планетата Сатурн се намира значително по-близо до космическия пътешественик, отколкото Слънцето. Същевременно се убеждаваме, че видимото ъглово отстояние между Слънцето и Сатурн е твърде малко. Достатъчно е само да го сравним с видимите ъгливи размери на самите тези обекти. Освен това, предвид големите видими размери на астероида В 612, очевидно той е много по-близо до космическия пътешественик, отколкото Сатурн или Слънцето. Общо взето, разположението на обектите изглежда така:



Разбира се, тази схема е много приблизителна. Но от нея става ясно, че Сатурн е по-близо до Слънцето, отколкото В612 и радиусът на орбитата на Сатурн е по-малък от радиуса на орбитата на астероида.

Означаваме с r_1 и r_2 разстоянията от космическия пътешественик съответно до Слънцето и до Сатурн, с δ_1 и δ_2 видимите ъгливи размери на Слънцето и Сатурн, а с D_1 и D_2 – техните линейни диаметри в километри. Видимият ъглов диаметър на Слънцето е пропорционален на неговия линеен диаметър и обратно пропорционален на разстоянието от наблюдателя до него. Същото се отнася и за Сатурн. Следователно можем да напишем:

$$\delta_1 \propto \frac{D_1}{r_1} \qquad \delta_2 \propto \frac{D_2}{r_2}$$

(В случай, че видимите ъгливи размери се измерват в радиани, това са истински равенства). Измерените на рисунката размери на изображенията на Слънцето и на Сатурн d_1 и d_2 са в същото съотношение, в каквото са и техните видими ъгливи размери. Оттук получаваме:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

В задачата се търси съотношението на разстоянията до Слънцето и Сатурн. От горното уравнение намираме:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{D_1}{D_2} \cdot \frac{d_2}{d_1}$$

Накрая получаваме:

$$\frac{r_1}{r_2} \approx 6.2$$

Сатурн е около 6 пъти по-близо до космическия пътешественик, отколкото Слънцето.

Когато за земния наблюдател Сатурн е в противостояне, Земята се намира между Слънцето и Сатурн и Сатурн за нас е в посока, диаметрално противоположна на Слънцето.

XIII Национална олимпиада по астрономия, 2010 г., III кръг, теоретичен тур, 7-8 клас

Тогава разстоянието от Земята до Сатурн ще бъде с една астрономическа единица по-малко, отколкото разстоянието то Слънцето до Сатурн. Използвайки данните от таблицата в задача 2, намираме, че разстоянието Земя – Сатурн ще бъде $9.584 - 1 = 8.584$ AU, или приблизително 8.6 пъти по-голямо от разстоянието Земя – Слънце. В същото съотношение трябва да са и видимите на рисунката разстояния, понеже те са проекция под някакъв ъгъл на истинските разстояния между обектите. Съединяваме центровете на Слънцето и Сатурн с отсечка. Делим я на две части в съотношение 1:8.6 и така намираме видимото положение на Земята.

Критерии за оценяване:

Общо 16 т.

За обосновка на извода, че Сатурн е по-близо до наблюдателя, отколкото Слънцето – 2 т.

За аргументацията на заключението, че радиусът на орбитата на астероида е по-голям от радиуса на орбитата на Сатурн – 3 т.

За математическо решение на проблема колко пъти Слънцето е по-далеч от наблюдателя, отколкото Сатурн – 3 т.

За верен числен отговор – 1 т.

За разбиране на това какво е противостоеие – 1 т.

За правилна теоретична идея как да се нанесе положението на Земята на рисунката – 3 т.

За правилно начертаване и нанасяне върху рисунката – 3 т.

